

**Демоверсия итоговой контрольной работы по математике,**

**10 класс**

**Базовый уровень**

1 Найдите значение выражения  $\left(\frac{4}{9} - 3\frac{1}{15}\right) \cdot 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Найдите значение выражения  $9 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Банк начисляет на срочный вклад 8 % годовых. Вкладчик положил на счёт 7000 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Скорость камня (в м/с), падающего с высоты  $h$  (в м), в момент удара о землю можно найти по формуле  $v = \sqrt{2gh}$ . Найдите скорость (в м/с), с которой ударится о землю камень, падающий с высоты 0,9 м. Считайте, что ускорение свободного падения  $g$  равно 9,8 м/с<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите значение выражения  $20\sqrt{3} \operatorname{tg} 390^\circ$ .

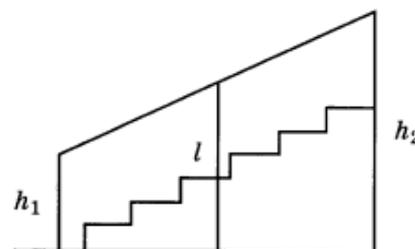
6 В летнем лагере на каждого участника полагается 60 г сахара в день. В лагере 232 человека. Какое наименьшее количество килограммовых упаковок сахара нужно на весь лагерь на 5 дней?

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите корень уравнения  $(x + 3)^2 = (x - 9)^2$ .

8 Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту  $l$  этого столба, если наименьшая высота  $h_1$  перил равна 1,25 м, а наибольшая высота  $h_2$  равна 2,25 м. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

**ВЕЛИЧИНЫ**

- А) площадь почтовой марки  
 Б) площадь письменного стола  
 В) площадь города Санкт-Петербурга  
 Г) площадь волейбольной площадки

**ЗНАЧЕНИЯ**

- 1) 162 кв. м  
 2) 0,9 кв. м  
 3) 1439 кв. км  
 4) 5,2 кв. см

- 10 Олег, Петя, Миша и Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет не Миша.

- 11 В таблице представлены данные о ценах некоторой модели смартфона в различных магазинах.

| Магазин             | Цена смартфона (руб.) |
|---------------------|-----------------------|
| ОК-Техника          | 9084                  |
| Скоростной          | 9059                  |
| Клик                | 9099                  |
| И-фон               | 9105                  |
| Смартфон и Ко       | 9045                  |
| Прогресс-К          | 9233                  |
| Адажио              | 9079                  |
| Макропоиск          | 9150                  |
| Вселенная телефонов | 9054                  |

Найдите наименьшую цену смартфона из представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

- 12 В таблице приведены данные о шести сумках.

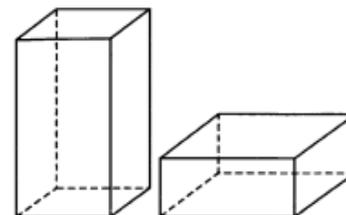
| Номер сумки | Длина (см) | Высота (см) | Ширина (см) | Масса (кг) |
|-------------|------------|-------------|-------------|------------|
| 1           | 49         | 31          | 25          | 10,7       |
| 2           | 62         | 47          | 20          | 5,9        |
| 3           | 45         | 37          | 18          | 8,7        |
| 4           | 46         | 35          | 15          | 6,4        |
| 5           | 59         | 40          | 18          | 7,5        |
| 6           | 50         | 40          | 20          | 12,4       |

По правилам авиакомпании в ручную кладь может быть взята сумка, сумма трёх измерений (длина, высота, ширина) которой не должна превышать 115 см, а масса не должна быть больше 10 кг. Какие сумки можно взять в ручную кладь по правилам этой авиакомпании?

В ответе укажите номера выбранных сумок без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

- 13 Даны две коробки, имеющие форму правильной четырёхугольной призмы. Первая коробка в четыре с половиной раза выше второй, а вторая втрое шире первой. Во сколько раз объём первой коробки меньше объёма второй?

Ответ: \_\_\_\_\_.



14. В таблице показаны доходы и расходы фирмы за 5 месяцев.

| Месяц    | Доход, тыс. руб. | Расход, тыс. руб. |
|----------|------------------|-------------------|
| Сентябрь | 155              | 130               |
| Октябрь  | 120              | 110               |
| Ноябрь   | 110              | 90                |
| Декабрь  | 80               | 110               |
| Январь   | 90               | 80                |

Пользуясь таблицей, поставьте в соответствие каждому из указанных месяцев характеристику доходов и расходов в этом месяце.

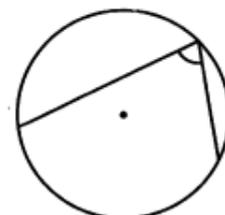
**МЕСЯЦЫ**

- А) октябрь
- Б) ноябрь
- В) декабрь
- Г) январь

**ХАРАКТЕРИСТИКИ**

- 1) наименьший расход в период с сентября по январь
- 2) наибольшее падение дохода, по сравнению с предыдущим месяцем, в период с октября по январь
- 3) наибольшая разница между доходом и расходом
- 4) доход в этом месяце больше, чем доход в предыдущем

- 15 Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $\frac{5}{18}$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 24, а боковые рёбра равны 37. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

- 17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

**НЕРАВЕНСТВА**

- А)  $2^x \geq 4$
- Б)  $0,5^x \geq 4$
- В)  $0,5^x \leq 4$
- Г)  $2^x \leq 4$

**РЕШЕНИЯ**

- 1)  $(-\infty; -2]$
- 2)  $[2; +\infty)$
- 3)  $(-\infty; 2]$
- 4)  $[-2; +\infty)$

- 18** Кондитер испёк 40 печений, из них 10 штук он посыпал корицей, а 20 штук он собирается посыпать сахаром (кондитер может посыпать одно печенье и корицей, и сахаром, а может вообще ничем не посыпать). Выберите утверждения, которые будут выполнены при указанных условиях вне зависимости от того, какие печенье повар посыплет сахаром.

- 1) Найдётся 7 печений, которые ничем не посыпаны.
- 2) Найдётся 8 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.
- 3) Если печенье посыпано корицей, то оно посыпано и сахаром.
- 4) Не может оказаться 12 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

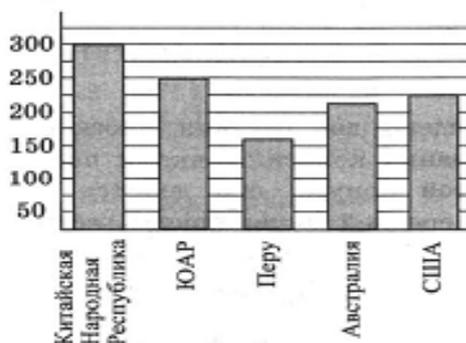
- 19** На 6 карточках написаны цифры 1; 2; 3; 6; 9; 9 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении  $\square + \square\square + \square\square\square$  вместо каждого квадратика положили карточку из набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10. Найдите эту сумму. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

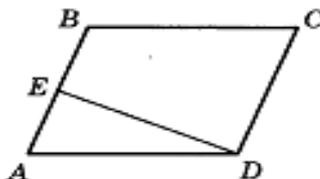
- 20** Маша и Медведь съели 100 печений и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь — печенье, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то, и другое ест в три раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенья они съели поровну?

### Профильный уровень

1. Билет на автобус стоит 35 рублей. Какое максимальное число билетов на автобус можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 15%?
2. На диаграмме показано распределение добычи золота в 5 странах мира (в тысячах тонн) за 2012 год. Какое место занимала Австралия среди этих стран?

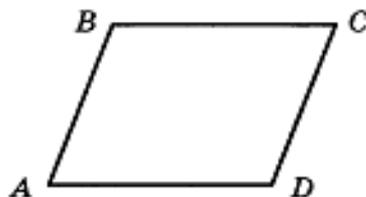


3. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 219, точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .



4. Завод выпускает холодильники. В среднем на 1000 качественных холодильников приходится 89 холодильников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный холодильник окажется качественным. Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение  $(2x - 1)^2 = (1 - x)^2$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
6. Найдите меньший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 13 : 23. Ответ дайте в градусах.



7. Решите уравнение  $5^{7+2x} = 25^{2x}$ .

8. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер  $AB = 6$ ,  $AD = 18$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите синус угла между прямыми  $C_1 D$  и  $AB$ .

### Часть 2

9. Найдите значение выражения  $3^{2+\log_3 16}$ .
10. Зависимость объема спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию некоторого предприятия от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 150 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ .
11. В сосуд, содержащий 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 2 литра воды. Какова концентрация получившегося раствора? Ответ дайте в процентах.

12. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

13. а) Решите уравнение  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ .
14. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 5.  
 а) Постройте линейный угол двугранного угла между плоскостями  $ABD$  и  $CAD_1$ .  
 б) Найдите тангенс этого угла.

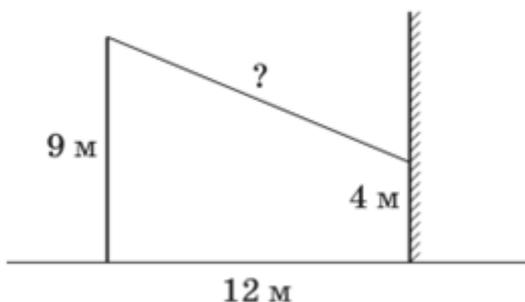
15. Решите неравенство:  $4 \log_{16} \frac{x^3}{3x+1} + 3 \log_8 \frac{3x+1}{x} < 1$ .

## Демоверсия итоговой контрольной работы по математике,

### 11 класс

#### Базовый уровень

- 1 Найдите значение выражения  $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{6}$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 2 Найдите значение выражения  $(5 \cdot 10^5) \cdot (1,7 \cdot 10^{-3})$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 3 Городской бюджет составляет 34 млн рублей, а расходы на одну из его статей составили 30%. Сколько миллионов рублей потрачено на эту статью бюджета?  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 4 Среднее квадратичное трёх чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  вычисляется по формуле  $q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}}$ . Найдите среднее квадратичное чисел  $\sqrt{11}$ , 4 и 9.  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 5 Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = \frac{3\sqrt{11}}{10}$  и  $0^\circ < x < 90^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 6 Стоимость проездного билета на месяц составляет 690 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 26 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 35 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 7 Найдите корень уравнения  $(x - 4)^2 - x^2 = 0$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_ .
- 8 От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 12 м. Вычислите длину провода. Ответ дайте в метрах.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 9** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

**ВЕЛИЧИНЫ**

- А) длина тела кошки  
 Б) высота потолка в комнате  
 В) высота Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге  
 Г) длина реки Обь

**ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ**

- 1) 102 м  
 2) 2,8 м  
 3) 3650 км  
 4) 54 см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г |
|   |   |   |   |

- 10** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Великобритании, 3 спортсмена из Франции, 6 спортсменов из Германии и 10 — из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Франции.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 11** В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России с 1 сентября 2013 года.

|                           |       |       |       |            |
|---------------------------|-------|-------|-------|------------|
| Превышение скорости, км/ч | 21–40 | 41–60 | 61–80 | 81 и более |
| Размер штрафа, руб.       | 500   | 1000  | 2000  | 5000       |

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 103 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 60 км/ч. Ответ дайте в рублях.

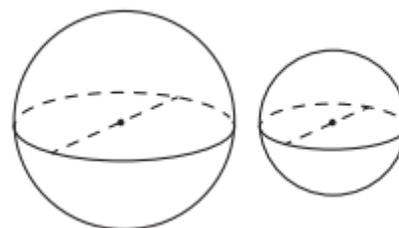
Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 12** При строительстве дома фирма использует один из типов фундамента: бетонный или пеноблочный. Для фундамента из пеноблоков необходимо 3 кубометра пеноблоков и 3 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 6 тонн щебня и 15 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2700 рублей, щебень стоит 800 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 280 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

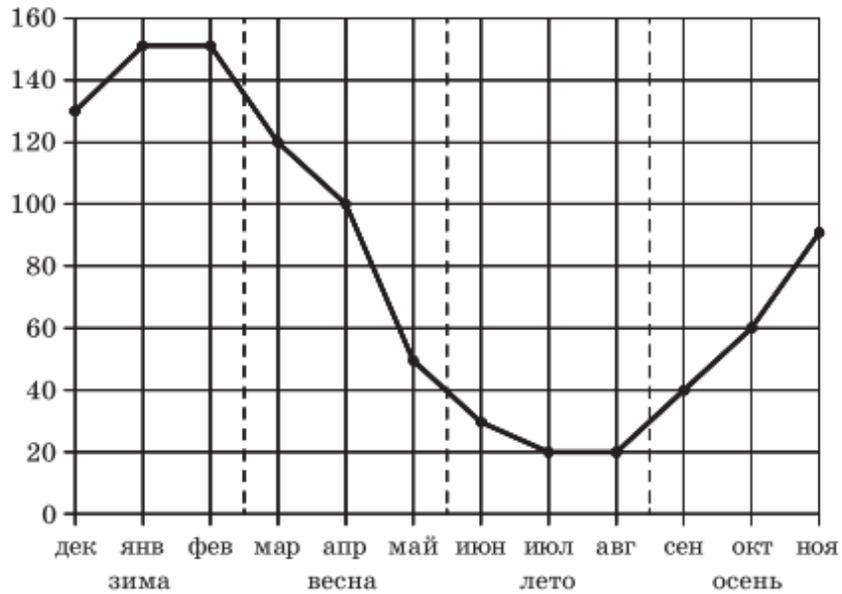
Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 13** Однородный шар диаметром 2 см весит 48 граммов. Сколько граммов весит шар диаметром 3 см? Ответ дайте в граммах.

Ответ: \_\_\_\_\_ .



- 14** На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) зима
- Б) весна
- В) лето
- Г) осень

ХАРАКТЕРИСТИКИ

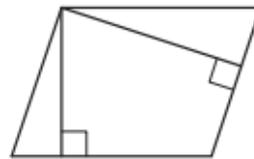
- 1) ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода
- 2) ежемесячный объём продаж достиг максимума
- 3) ежемесячный объём продаж падал в течение всего периода
- 4) ежемесячный объём продаж рос в течение всего периода

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г |
|   |   |   |   |

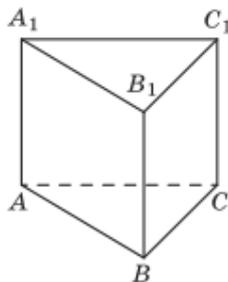
Ответ:

- 15** Стороны параллелограмма равны 16 и 32. Высота, опущенная на меньшую сторону, равна 24. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

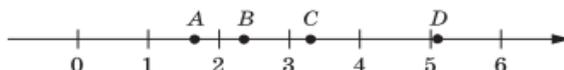


Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 16** Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 5, а высота этой призмы равна  $4\sqrt{3}$ . Найдите объём призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .



- 17** На прямой отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел из правого столбца. Установите соответствие между указанными точками и числами.

| ТОЧКИ | ЧИСЛА                              |
|-------|------------------------------------|
| $A$   | 1) $\log_2 10$                     |
| $B$   | 2) $\frac{7}{3}$                   |
| $C$   | 3) $\sqrt{26}$                     |
| $D$   | 4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$ |

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

|        |     |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|-----|
|        | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ |
| Ответ: |     |     |     |     |

- 18** В фирме  $N$  работает 50 сотрудников, из них 40 человек знают английский язык, а 20 — немецкий. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) В фирме  $N$  хотя бы три сотрудника знают и английский, и немецкий языки.
- 2) В этой фирме нет ни одного сотрудника, знающего и английский, и немецкий языки.
- 3) Если сотрудник этой фирмы знает английский язык, то он знает и немецкий.
- 4) Не более 20 сотрудников этой фирмы знают и английский, и немецкий языки.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 19** Приведите пример трёхзначного числа  $A$ , обладающего следующими свойствами:

- сумма цифр числа  $A$  делится на 11;
  - сумма цифр числа  $A + 7$  делится на 11;
- В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 20** Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, и на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 357 квартир?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

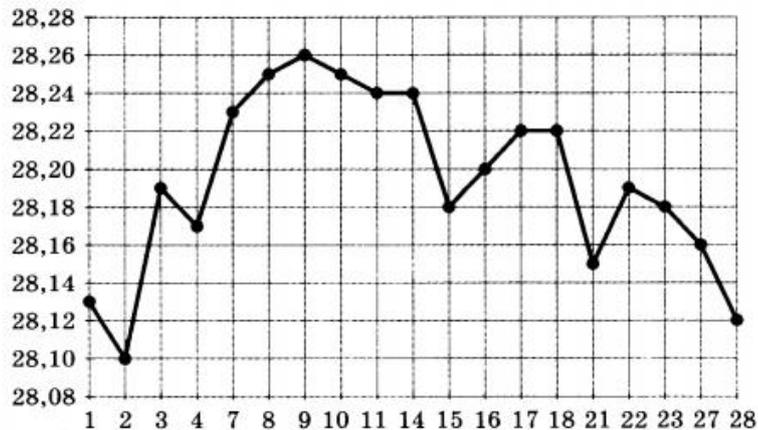
Профильный уровень

Часть 1

- 1 Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 6% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

Ответ: \_\_\_\_\_ .

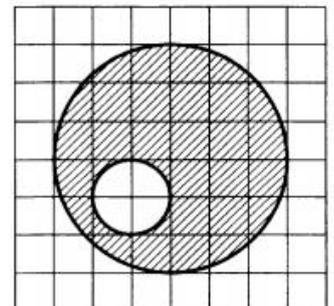
- 2 На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс доллара за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 3 На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Ответ: \_\_\_\_\_ .



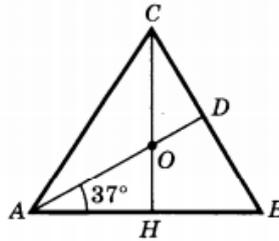
- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что решка выпадет все три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_3(1 - 5x) = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

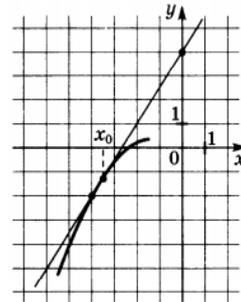
- 6 В треугольнике  $ABC$   $CH$  — высота,  $AD$  — биссектриса,  $O$  — точка пересечения прямых  $CH$  и  $AD$ , угол  $BAD$  равен  $37^\circ$ . Найдите угол  $AOC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_ .

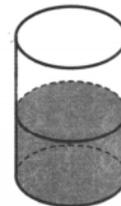
- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .



- 8 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 192 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_ .



9 Найдите  $30\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 313,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

11 Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 32 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 48 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_ .

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 20x^2 + 100x + 17$  на отрезке  $[-13; -9,5]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ .

13 а) Решите уравнение  $2\sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14 Радиус основания конуса равен 6, а высота конуса равна 8. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна 4.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

- 15** Решите неравенство  $\log_{x+1}(2x + 7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x + 7}{(x + 1)^3} \leq -2$ .
- 16** Медианы  $AM$  и  $BN$  треугольника  $ABC$  перпендикулярны и пересекаются в точке  $P$ .  
 а) Докажите, что  $CP = AB$ .  
 б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 3$  и  $BC = 4$ .
- 17** 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:  
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
 Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?
- 18** Найдите все  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{a - 4\sin^4 x} = \cos^2 x$  имеет решение.
- 19** Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифр 8 и 9.  
 а) Может ли в такой прогрессии быть 6 членов?  
 б) Докажите, что число её членов меньше 70.  
 в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 32.  
 г) Приведите пример такой прогрессии с 32 членами.